

Problemino delle elementari

Il 18/12/2016 12:20:19 pubblicai nella sezione Pensieri il seguente problemino che mi sembrava nel contempo abbastanza semplice da poter essere risolto con l'aritmetica elementare, tramite una sequenza di calcoli concatenati, ma che si prestava anche ad una soluzione immediata purché si fosse riusciti ad intuire una certa proprietà implicita nell'enunciazione dello stesso.

Per un terzo della vita dormiamo, del rimanente per un terzo oziamo, di ciò che resta per un terzo ne facciamo cattivo uso. I primi tredici anni non contano. Se campiamo novant'anni quanti sono realmente gli anni utili?

In quella sede avevo promesso di esporre la soluzione ma poi mi ero dimenticato di pubblicarla perciò...eccola qua!

Un procedimento risolutivo accessibile a chiunque è quello passo-passo seguente:

Anni totali	90
Anni effettivi	$90-13=77$
Dormiamo	$\frac{77}{3}$
Ne restano	$77 - \frac{77}{3} = \frac{2}{3}77$
Oziamo	$\frac{1}{3} \frac{2}{3}77 = \frac{2}{9}77$
Ne restano	$\frac{2}{3}77 - \frac{2}{9}77 = \frac{4}{9}77$
Cattivo uso	$\frac{1}{3} \frac{4}{9}77 = \frac{4}{27}77$
Ne restano	$\frac{4}{9}77 - \frac{4}{27}77 = \frac{8}{27}77 = \left(\frac{2}{3}\right)^3 77$

Esiste però una soluzione immediata notando che ad ogni passaggio rimangono $\frac{2}{3}$ degli anni che abbiamo a disposizione e che i passaggi sono 3 per cui

Anni utili = $\left(\frac{2}{3}\right)^3 (T - p)$ dove T sono gli anni da vivere e p quelli che non contano.

Nello specifico $T=90$ e $p=13$ e quindi Anni utili = $22,814$ (in cui 814 è il periodo) ossia 22 anni+297 giorni+9 ore+46 minuti+40 secondi (considerando l'anno civile di 365 giorni).

Il procedimento si può applicare a qualsiasi altro frazionamento.

In generale è Anni utili = $(\frac{m}{n})^k * (T-p)$ dove $\frac{m}{n}$ è la frazione di anni che resta ad ogni passaggio e k il numero di passaggi.

Ad esempio se $\frac{m}{n}=1/4$ e $k=5$ mentre T e p sono gli stessi di prima si ottiene Anni utili = $0,0751953125=27,4462890625$ giorni.